



1.多选题(10分)

设 $f(x, y)$ 在 $\mathbb{R}$ 上具有连续偏导数, 且 $f(1, 1) = 1, f'_x(1, 1) = 1, f'_y(1, 1) = 3$

记 $\varphi(x) = f(x, f(2x - 1, x^3))$, 则: $\varphi'(1) =$

A 29;

B 12;

C 若其他选项都没法选, 则选此项.

D 34;

E 32;

$$\begin{aligned}\varphi'(x) &= f'_1 + f'_2(2f'_1 + 3x^2 f'_2) \\ \varphi'(1) &= 1 + 3 \times (2 \times 1 + 3 \times 3) \\ &= 34\end{aligned}$$



▼ 下一题



2.多选题(10分)

函数 $u = \sqrt{x^2 + 2y^2 + 3z^2}$ 在点 $M(-2, 1, -1)$ 处的

最大方向导数

A 若其他选项都没法选, 则选此项.

B $\frac{1}{3}\sqrt{17}$;

C $\frac{2}{3}\sqrt{17}$;

D $\sqrt{17}$;

E $\frac{1}{3}(-2i + 2j - 3k)$.



▼ 下一题

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 2y^2 + 3z^2}} = \frac{x}{u}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{2y}{u} \quad \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{3z}{u}$$

$$u|_M = 3 \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{-2}{3} \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{2}{3} \quad \frac{\partial u}{\partial z} = -1$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_{\max} = |\text{grad } u|_M = \frac{\sqrt{17}}{3}$$

10:29

3.70 KB/s 5G 82%



...



答题卡

3/10

3.多选题(10分) 中

设平面区域 D 是由曲线 $y = \sin \frac{\pi}{2}x$ 与直线 $y = 1$,
 $x = -1$ 所围成.

则二重积分 $\iint_D (12x^2\sqrt{1-y^2} + x^3 \sin y) d\sigma =$

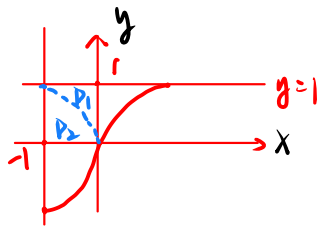
A 0;

B $\frac{\pi}{12}$;C π ;D 2π ;

E 若其他选项都没法选, 则选此项.



▼ 下一题



$$2 \iint_{D+D_2} 12x^2 \sqrt{1-y^2} d\sigma$$

$$= 24 \int_{-1}^0 x^2 dx \int_0^1 \sqrt{1-y^2} dy$$

$$= 24 \times \frac{1}{3} \times \frac{\pi}{4} = 2\pi$$



答题卡

4/10

4. 多选题(10分)

曲线 $C: \begin{cases} x^2 + y^2 + 2z^2 = 10 \\ z = 2xy \end{cases}$ 在点 $(1, 1, 2)$ 处的切线

A $\begin{cases} x + 2y + z = 6 \\ 2x - 2y - z + 2 = 0 \end{cases}$ $S_z = -6 \neq 0$

B $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1}$;

C $\begin{cases} x + y + 4z = 10 \\ x + y + 2z - 6 = 0 \end{cases}$ $\vec{S} = (-2, 2, 0)$
 $(1, 1, 2)$ 在 C 上 $= (1, -1, 0)$

D 若其他选项都没法选, 则选此项.

E $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{0}$;



▼ 下一题

$$F: x^2 + y^2 + 2z^2 - 10 = 0$$

$$G: z - 2xy = 0$$

$$S_x = \frac{\partial(F, G)}{\partial(y, z)} = \begin{vmatrix} 2y & 4z \\ -2x & 1 \end{vmatrix} = 2y + 8xz = 18$$

$$S_y = \frac{\partial(F, G)}{\partial(z, x)} = \begin{vmatrix} 4z & 2x \\ 1 & -2y \end{vmatrix} = -8yz - 2x = -18$$

$$S_z = \frac{\partial(F, G)}{\partial(x, y)} = \begin{vmatrix} 2x & 2y \\ -2y & -2x \end{vmatrix} = -4x^2 + 4y^2 = 0$$

$$\vec{S} = \{1, -1, 0\}$$

5.多选题(10分)

设 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$, 则下列陈述

正确的是

A 若其他选项都没法选, 则选此项.

B $f'_x(0, 0) = f'_y(0, 0) = 0$, 且 $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 处可微;

C $f(x, y)$ 沿任何方向的方向导数为零;

D $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 处连续;

E $f'_x(0, 0) = f'_y(0, 0) = 0$, 但 $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 处不可微.

$$f'_x(0,0) = f'_y(0,0) = 0$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} - 0 - 0 - 0}{\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{xy}{x^2+y^2} = \begin{cases} 0, & y=0 \\ \frac{1}{2}, & y=x \end{cases}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \rho} = \lim_{\rho \rightarrow 0^+} \frac{\rho \cos \theta \sin \theta - 0}{\rho} = \cos \theta \sin \theta$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} f(x, y) = \lim_{\rho \rightarrow 0} \rho \cos \theta \sin \theta = 0 = f(0, 0)$$

6.多选题(10分) 中

设 $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \pi\}$, 则: $\iint_D \sin(\max\{x, y\})$

A 2π ;

B $\frac{3\pi}{2}$;

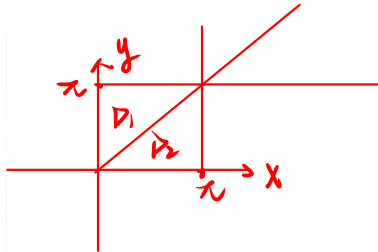
C $\frac{\pi}{2}$;

D π ;

E 若其他选项都没法选, 则选此项.



▼ 下一题



$$\iint_{D_1} \sin y \, d\sigma + \iint_{D_2} \sin x \, d\sigma$$

$$\int_0^\pi \sin y \, dy \int_0^y dx + \int_0^\pi \sin x \, dx \int_0^x dy$$

$$= 2 \int_0^\pi x \sin x \, dx$$

$$= 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \, dx$$

$$= 2\pi$$



7.多选题(10分) 中

设函数 $u(x, y)$ 在有界闭区域 D 上具有二阶连续偏导:

$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \neq 0, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$, 则: 下列陈述 正 确的

A | 函数 $u(x, y)$ 的最大值与最小值点必在 D 的边

B 函数 $u(x, y)$ 的最小值点在 D 的内部, 最大值,

C 若其他选项都没法选, 则选此项.

D 函数 $u(x, y)$ 的最大值与最小值点必在 D 的

E 函数 $u(x, y)$ 的最大值点在 D 的内部, 最小值,



▼ 下一题

内解驻点 (x_0, y_0) $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial y} = 0$

$B \neq 0, A+C=0 \Rightarrow AC \leq 0$

$B^2 - AC > 0$ 内解无极值

自然内部无驻点

$\Rightarrow$ 边界上



8/10



答题卡

8.多选题(10分) 中

设函数 $z = f(x, y)$ 在 $(1, 2)$ 处有一阶连续偏导数,

且沿 $\vec{u} = \{3, 4\}$, $\vec{v} = \{4, -3\}$

的方向导数为

$\frac{\partial f}{\partial \vec{u}} = 18$, $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = -1$, 则

$z = f(x, y)$ 在 $(1, 2)$ 处的全微分为

A $dz = 15dx + 10dy$;

B $dz = 10dx + 15dy$;

C 若其他选项都没法选, 则选此项.

D $dz = 18dx + 2dy$;

E $dz = 2dx + 3dy$.



▼ 下一题

$$\frac{\partial f}{\partial u} = \frac{3}{5} \cdot \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{4}{5} \frac{\partial f}{\partial y} = 18$$

$$\frac{\partial f}{\partial v} = \frac{4}{5} \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{3}{5} \frac{\partial f}{\partial y} = -1$$

$$\Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x} = 10 \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 15$$

$$dz = 10dx + 15dy$$

10:29

2.4G 5G 82



...

9/10



答题卡

9.多选题(10分) 中

若函数 $f(x, y)$ 在点 $P(1, -2)$ 处连续,且满足

$$f(x, y) = 5 + x - y + x^2 + 4(x-1)(y+2) + (y+2)^2 + o((x-1)^2 + (y+2)^2). (x \rightarrow 1, y \rightarrow -2)$$

则:下列结论中正确的是

A | 曲面

 $z = f(x, y)$ 在点 $(1, -2, f(1, -2))$ 处的切

$$z = 3x - y + 4$$

B | $df|_{(1, -2)} = 3dx - dy;$ C $f'_x(1, -2) = 1$ 3D $f(x, y)$ 在 $(1, -2)$ 处有极值;

非驻点

E 若其他选项都没法选, 则选此项.



▼ 下一题

$$f(1, -2) = z = 9$$

$$\begin{aligned} df &= (1 + 2x + 4y + 8)dx + (-1 + 4x - 4 + 2y + 4)dy \\ &= (2x + 4y + 9)dx + (4x + 2y - 1)dy \end{aligned}$$

$$df|_{(1, -2)} = 3dx - dy$$



10.多选题(10分) 中

已知 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 2\}$, 则: $\iint_D (2x^2 - 3xy + 4y^2) d\sigma$

A 3π ;B 2π ;C 6π ;D 4π ;

E 若其他选项都没法选, 则选此项.

$$I = \iint_D 2x^2 + 4y^2 d\sigma$$

$$= \iint_D 6x^2 d\sigma$$

$$= 3 \iint_D x^2 + y^2 d\sigma$$

$$= 3 \cdot \int_0^{2\pi} d\theta \cdot \int_0^{\sqrt{2}} r^2 \cdot r dr$$

$$= 6\pi \cdot \left. \frac{r^4}{4} \right|_0^{\sqrt{2}} = 6\pi$$



▼ 下一题

去提交

1.

$$\text{设 } f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} & (x^2 + y^2 \neq 0) \\ 0 & (x^2 + y^2 = 0) \end{cases}, \text{ 给定方向 } l = (1, 1),$$

$$l^0 = \left\{ \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right\} = \left\{ \cos \alpha, \sin \alpha \right\}$$

则: 函数 $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 处沿 l 方向的方向导数 $\left. \frac{\partial f}{\partial l} \right|_{(0,0)} =$

单选题 (难度: 中)

- A. 0;
- B. $1/2$;
- C. 1;
- D. 不存在.

$$\text{定义: } \frac{\partial f}{\partial l} = \lim_{\rho \rightarrow 0^+} \frac{\rho^2 \cos \alpha \sin \alpha}{\rho^2} = \cos \alpha \sin \alpha = \frac{1}{2}$$

X | Z

正确答案: B

答案解析: 暂无

2.

设 $f(x, y)$ 在 $\mathbb{R}$ 上具有连续偏导数, 且 $f(1, 1) = 1$

$$f'_x(1, 1) = 1, f'_y(1, 1) = 2. \text{ 记 } \varphi(x) = f(x, f(2x-1, x^3)),$$

$$\text{则: } \varphi'(1) = \varphi'(x) = f'_x + f'_y (2f'_1 + 3x^2 f'_2)$$

单选题 (难度: 中)

- A. 17;
- B. 15;
- C. 11;
- D. 9.

$$\begin{aligned} &= f'_x + 2f'_x f'_y + 3x^2 (f'_y)^2 \\ \varphi'(1) &= 1 + 2 \times 1 \times 2 + 3 \times 4 \\ &= 17 \end{aligned}$$

正确答案: A

答案解析: 暂无

3.

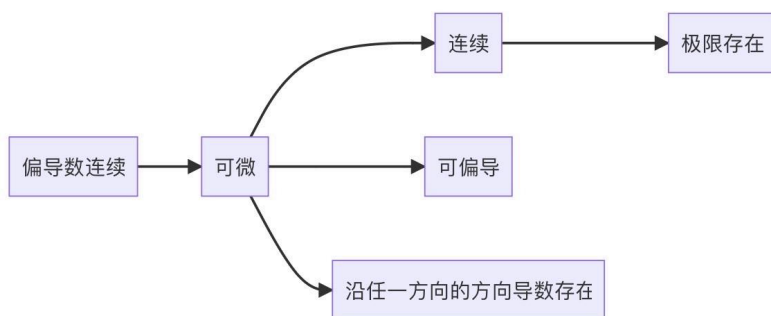
设函数 $f(x, y)$ 在点 $P_0(x_0, y_0)$ 的某邻域内

有定义, 且沿任何方向的方向导数均存在,

则: 下列说法错误的是

多选题 (难度: 中)

- A. $f(x, y)$ 在点 P_0 处可微;
- B. $f(x, y)$ 在点 P_0 处连续;



- C. $f(x, y)$ 在点 P_0 处的两个偏导数均存在;
- D. 曲面 $z = f(x, y)$ 在点 $(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$ 处存在切平面.

正确答案: ABCD

答案解析: 暂无

4. 设 $z = f(x, y)$ 的全微分为 $dz = xdx + ydy$, 则点 $(0, 0)$

单选题 (难度:中)

A. 是 $f(x, y)$ 的极大值点;

B. ☒ 是 $f(x, y)$ 的极小值点;

C. 不是 $f(x, y)$ 的极值点;

D. 不是 $f(x, y)$ 的连续点.

$$\begin{aligned} A &= f''_{xx} = 1 \\ B &= f''_{xy} = 0 \\ C &= f''_{yy} = 1 \end{aligned} \quad \begin{aligned} B^2 - AC &= -1 < 0 \\ A &> 0 \end{aligned} \Rightarrow \text{Min}$$

正确答案: B

答案解析: 暂无

5. 下列二重极限存在的有

单选题 (难度:中)

A. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$ $y=0, I_1=1, y=x, I_2=0$

B. ☒ $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x^2y}{x^2 + y^2}$ $2r^2 \sin^2 \theta \cos \theta = 0$

C. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2y}{x^4 + y^2}$ $y=0, I_1=0, y=x^2, I_2=\frac{1}{2}$

D. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^{2021}}{x+y}$ $x+y=x^\alpha \Rightarrow \frac{x(x^\alpha - x)}{x^\alpha} = x(1-x^{1-\alpha})$
取 $\alpha=2, I_1=-1, y=0, I_2=0$

正确答案: B

答案解析: 暂无

6. 函数 $u = \sqrt{x^2 + 2y^2 + 3z^2}$ 在点 $M(2, -1, 1)$ 处的梯度为

单选题 (难度:中)

A. $\frac{\sqrt{17}}{3}$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2y^2 + 3z^2}} = \frac{x}{u} \\ \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{2y}{u} \quad \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{3z}{u} \end{aligned}$$

$$f'_x(m) = \frac{2}{3} \quad f'_y(m) = -\frac{2}{3} \quad f'_z(m) = 1$$

$$\text{grad } f = \{f'_x(m), f'_y(m), f'_z(m)\}$$

- B. $\sqrt{17}$
- C. $\frac{1}{3}(2\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k})$
- D. $2\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$

正确答案: c

答案解析: 暂无

7. 曲面 $e^{2z} - xyz = e^2$ 在点 $M(0, 2, 1)$ 处的切平面方程

单选题 (难度:中)

A. $e^{-2}x - z + 1 = 0$

B. $e^2x - z + 1 = 0$

C. $\frac{2}{2e^2 + 1}x - z + 1 = 0$

D. $\frac{2}{2e^2 - 1}x - z + 1 = 0$

$$F(x, y, z) = e^{2z} - xyz - e^2$$

$$F'_x = -yz \quad F'_y = -xz \quad F'_z = 2e^{2z} - xy$$

$$\vec{n} = \text{grad} F = \{-z, 0, 2e^2\}$$

$$\rightarrow (x-0) + 2e^2(z-1) = 0$$

$$\text{即 } e^{-2}x - z + 1 = 0$$

正确答案: A

答案解析: 暂无

8. 设函数 $f(x, y)$ 可微, 且 $f(x+1, e^x) = x^2(x+1)$, $f(x, x^2) = x \ln x$.

则: $df|_{(1,1)} =$

单选题 (难度:中)

A. dx

B. dy

C. $dx - dy$

D. $dy - dx$

$$\text{①: } f'_1 + e^x f'_2 = 3x^2 + 2x$$

$$\text{②: } f'_1 + 2x f'_2 = 1 + \ln x$$

$$\text{①中代 } (0,0) \Rightarrow f'_1(m) + f'_2(m) = 0$$

$$\text{②中代 } (1,1) \Rightarrow f'_1(m) + 2f'_2(m) = 1$$

$$\Rightarrow f'_1(m) = -1 \quad f'_2(m) = 1$$

$$\therefore -dx + dy$$

正确答案: D

答案解析: 暂无

9. 若函数 $f(x, y)$ 在点 $P(0,1)$ 处连续, 且满足 $f(x, y) = 5 + x - y + x^2 + 2x(y-1) + (y-1)^2 + o(x^2 + (y-1)^2)$. 则: 下列结论中正确的是

多选题 (难度:中)

A. $f(0,1) = 4$

B. $f'_x(0,1)=1$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4+x+x^2-4}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} 1+x=1$

C. $df|_{(0,1)} = dx - dy$ $df = (1+2x+2y-2)dx + (-1+2x+2y-2)dy$
 $= (2x+2y-1)dx + (2x+2y-3)dy$ 在 $(0,1)$

D. $f(x, y)$ 在点 $(0,1)$ 处有极值 $\text{令 } f'_x = f'_y = 0$ 无解

E. $f(x, y)$ 在点 $(0,1)$ 处的切平面为 $z = x - y + 5$ $\vec{n} = \{f'_x, f'_y, -1\} = \{1, -1, -1\}$

$x - (y-1) - (z-4) = 0$
 $\text{即 } x - y + 5 = z$

正确答案: ABCE

答案解析: 暂无

10. 设二元函数 $z = f(x, y)$ 在 $P_0(x_0, y_0)$

的某邻域内有定义, 有下面 4 个命题

$P_1: z = f(x, y)$ 在 $P_0(x_0, y_0)$ 处连续;

$P_2: z = f(x, y)$ 的两个偏导数

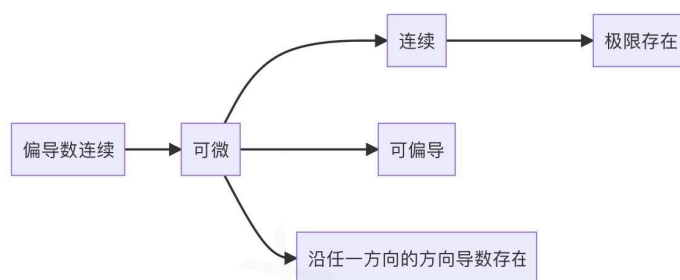
$f'_x(x, y), f'_y(x, y)$ 在 P_0 处连续;

$P_3: z = f(x, y)$ 在 P_0 处可微;

$P_4: z = f(x, y)$ 在 P_0 处的两个偏导数

$f'_x(x, y), f'_y(x, y)$ 存在.

则: 下列陈述正确的是



多选题 (难度:中)

A. $P_2 \Rightarrow P_3 \Rightarrow P_1$ ✓

B. $P_3 \Rightarrow P_2 \Rightarrow P_1$ ✗

C. $P_2 \Rightarrow P_3 \Rightarrow P_4$ ✓

D. $P_3 \Rightarrow P_1 \Rightarrow P_2$ ✗

正确答案: AC

答案解析: 暂无

1. $f(x, y)$ 可微, $f(x, x^2) = x \ln x$, $f(1, 1)$, $\text{ex: } x^2(x+y)$
求 $df(1, 1)$

2. $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 在 $(-2, 1, -1)$ 处 梯度为

3. $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & x^2+y^2 \neq 0 \\ 0 & x^2+y^2 = 0 \end{cases} \quad C = (1, 1)$

求 $\frac{\partial f}{\partial t} \Big|_{(0,0)}$

$\vec{l} = \{\cos \theta, \sin \theta\}$
 $= \left\{ \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$

4. $x^2 + y^2 + z^2 \leq 2z$, 求 $\iiint_{\Omega} (x+y+z) dV$

5. 曲线 $r(t) = (x(t), y(t), z(t)) = (t, -t^2, t^3)$

其切线中与 $12x + 3y - 2z = 4$ 平行的有——

3. $\frac{\partial f}{\partial t} = \lim_{\rho \rightarrow 0^+} \frac{\rho^2 \cos \theta \sin \theta}{\rho^2} = \cos \theta \sin \theta = \frac{1}{2}$

4. 对 x, y 偏导均为 0:

$\iiint_{\Omega} z dV = \int_0^2 z \cdot \pi(2z - z^2) dz = \frac{4\pi}{3}$

1. 过直线 $\begin{cases} x + 2y - 2z = 5 \textcircled{1} \\ 5x - 2y - z = 0 \textcircled{2} \end{cases}$ 且与 xoy 平面垂直的平面方程为

多选题 (难度:中)

平面束 $\textcircled{1} + \textcircled{2} \lambda = 0$

A. $6x - 3y - 5 = 0;$

B. $9x - 6y + 5 = 0;$

C. $6x - 9y + 5 = 0;$

D. $12x - 9y - 25 = 0.$

E. 若其他选项都没法选, 则选此项.

$$(1+5\lambda)x + (2-2\lambda)y + (-2-\lambda)z - 5 = 0$$

$$\vec{n} \cdot \{0, 0, 1\} = 0 \Rightarrow \lambda = -2$$

$$-9x + 6y - 5 = 0$$

B

2. 已知两球面

$$S_1 : (x - a)^2 + y^2 + z^2 = 4, \quad S_2 : x^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 1$$

在其交线上任何一点处的切平面都相互垂直, 则: 常数 $a =$

多选题 (难易度: 中)

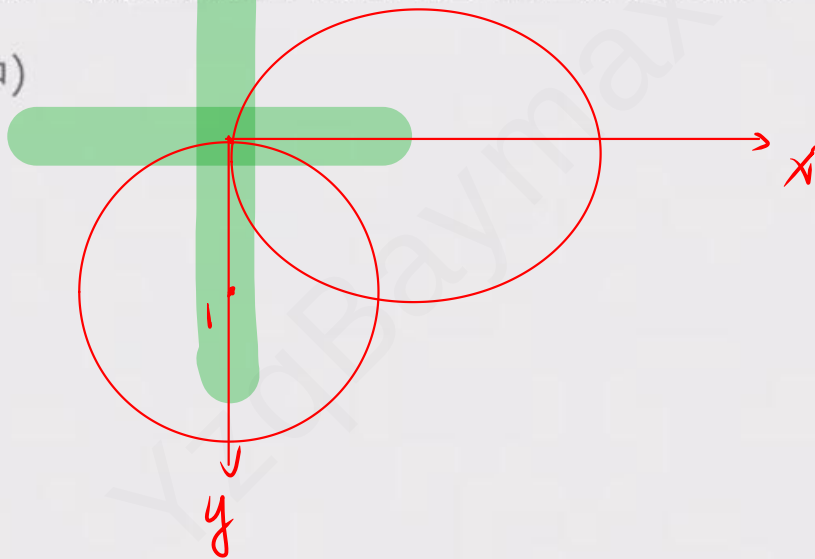
A. ± 2 ;

B. $+2$;

C. -2 ;

D. 4 ;

E. 若其他选项都没法选, 则选此项.



3. 曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1 \\ z = x^2 + y^2 \end{cases}$ 在xoy平面上的投影曲线为

多选题 (难度:中)

A. $x^2 + y^2 = 1$;

☒ B. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ z = 0 \end{cases}$;

C. $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ z = 0 \end{cases}$;

D. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ z = 0 \end{cases}$.

E. 若其他选项都没法选, 则选此项.

$$x^2 + y^2 + (x^2 + y^2 - 1)^2 = 1$$

$$(x^2 + y^2)^2 - (x^2 + y^2) = 0$$

$$x^2 + y^2 = 1$$

4. 设 $f(x, y)$ 在 $\mathbb{R}$ 上具有连续偏导数, 且

$$f(1, 1) = 1, f'_x(1, 1) = 1, f'_y(1, 1) = 2.$$

记 $\varphi(x) = f(x, f(2x - 1, x^3))$, 则: $\varphi'(1) =$

多选题 (难易度: 中)

A. 17;

B. 15;

C. 11;

D. 9;

$$\varphi'(x) = f'_1 + f'_2 [2f'_1 + 3x^2 f'_2]$$

$$\text{令 } x=1 \Rightarrow \varphi'(1) = 1 + 2[2 + 6] = 17$$

5. 设 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, 则: $\frac{\partial^2 r}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 r}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 r}{\partial z^2} =$

A. $\frac{3}{r}$;

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r} \quad \frac{\partial r}{\partial y} = \frac{y}{r} \quad \frac{\partial r}{\partial z} = \frac{z}{r}$$

B. $\frac{2}{r}$;

$$\frac{\partial^2 r}{\partial x^2} = \frac{r - \frac{x}{r} \cdot x}{r^2} = \frac{r^2 - x^2}{r^3} \quad \dots$$

$$I = \frac{3r^2 - (x^2 + y^2 + z^2)}{r^3} = \frac{2r^2}{r^3} = \frac{2}{r}$$

C. $\frac{3}{r^2}$;

D. $\frac{2}{r^2}$;

E. 若其他选项都没法选，则选此项。

6. 设函数 $z = f(x, y)$ 在 $(1, 2)$ 处有一阶连续偏导数, 且沿 $\vec{u} = \{3, 4\}, \vec{v} = \{-4, 3\}$ 的方向导数为 $\frac{\partial f}{\partial \vec{u}} = 11, \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = 2,$

则 $z = f(x, y)$ 在 $(1, 2)$ 处的全微分为

A. $dz = 5dx + 10dy$;

B. $dz = 10dx + 5dy$;

C. $dz = 11dx + 2dy$;

D. $dz = dx + 2dy$;

E. 若其他选项都没法选，则选此项.

$$11 = \frac{3}{5} \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{4}{5} \frac{\partial f}{\partial y}$$

$$2 = -\frac{4}{5} \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{3}{5} \frac{\partial f}{\partial y}$$

$$\Rightarrow \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_M = 5 \quad \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_M = 10$$

$$\Rightarrow 5 dx + 10 dy = dz$$

7. 在曲线 $(x(t), y(t), z(t)) = (t, -t^2, t^3)$ 的所有切线中, 与平面 $3x - 6y + 4z = -1$ 平行的切线

多选题 (难度:中)

$$r'(t) = (1, -2t, 3t^2)$$

$$3 - 12t + 12t^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2t - 1)^2 = 0 \Rightarrow t = 1/2$$

☒ A. 只有一条;

☐ B. 恰有两条;

☐ C. 至少有三条;

☐ D. 不存在;

☐ E. 若其他选项都没法选, 则选此项.

8. 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $e^{x+z} + 2x + yz = e$ 确定的隐函数,

$$\text{则 } \left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{x=0, y=0} = e^{x+z} \cdot \left(1 + \frac{\partial z}{\partial x}\right) + 2 + y \frac{\partial z}{\partial x} = 0$$

$$\text{代入 } (0, 0, 1) \Rightarrow e \left(1 + \frac{\partial z}{\partial x}\right) + 2 = 0$$

$$\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_m = -2e^{-1} - 1$$

多选题 (难度:中)

A. ☒ $-2e^{-1} - 1$;

B. ☐ $-2e^{-z} - 1$;

C. ☐ $1 - 2e^{-1}$;

D. ☐ $-2e^{-1}$;

9. 若函数 $f(x, y)$ 在点 $P(0, 1)$ 处连续, 且满足

$$f(x, y) = 5 + 2x - y + x^2 + 4x(y - 1) + (y - 1)^2 + o(x^2 + (y - 1)^2) \cdot (x \rightarrow 0, y \rightarrow 1)$$

则: 下列结论中正确的是 $f(0, 1) = 4$

多选题 (难易度: 中)

A. $f'_x(0, 1) = 2$ ✓

B. $df|_{(0,1)} = 2dx - dy$ ✓

C. $f(x, y)$ 在 $(0, 1)$ 处有极值; ~~驻点 $(\frac{1}{4}, \frac{3}{8})$~~ $f''_{xx} = 2$ $f''_{xy} = 4$ $f''_{yy} = 0$ $B^2 - AC = 4 > 0$ 无

D. 曲面 $z = f(x, y)$ 在点 $(0, 1, f(0, 1))$ 处的切平面为 $z = 2x - y + 5$; ✓

$\vec{n} = \{2, -1, -1\}$ $2x - (y - 1) - (z - 4) = 0 \Rightarrow z = 2x - y + 5$

$$f'_x(0, 1) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 + 2x + x^2 - 4}{x} = 2$$

$$df = (2 + 2x + 4y - 4)dx + (-1 + 4x)dy \\ = (2x + 4y - 2)dx + (4x - 1)dy$$

10.

设 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$, 则下列陈述正确的是

多选题 (难易度:中)

A. $f(x, y)$ 沿任何方向的方向导数为零;

B. $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 处连续;

C. $f'_x(0, 0) = f'_y(0, 0) = 0$, 且 $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 处可微;

D. $f'_x(0, 0) = f'_y(0, 0) = 0$, 但 $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 处不可微;

BD

$$\text{连续: } \lim_{r \rightarrow 0^+} (W \sin \theta) = 0 \quad \checkmark$$

$$f'_x(0,0) = f'_y(0,0) \quad \checkmark$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\frac{x^2 y}{x^2 + y^2} - 0 - 0 - 0}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0}} \frac{x^2 y}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

$$y=0, I_1=0 \quad y=x, I_2=\frac{1}{2\sqrt{2}} \quad \therefore \text{不可微}$$

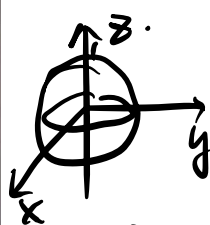
$$\lim_{\rho \rightarrow 0^+} \frac{\frac{\rho^3 m^2 \theta \sin \theta}{\rho^2}}{\rho} = m^2 \theta \sin \theta \quad \text{AX}$$

10. Multiple-Choice (10 Points) Medium

已知 $\Omega: x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$, 则三重积分

$$\iiint_{\Omega} (2x + xy + z^2) dV =$$

$$\text{原式} = \iiint_{\Omega} z^2 dV$$



$$= \int_{-1}^1 dz \iint_{D_z} z^2 dx dy$$

$$D_z = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1 - z^2\}$$

$$\iint_{D_z} z^2 dx dy = z^2 \pi (1 - z^2)$$

$$\pi \int_{-1}^1 z^2 (1 - z^2) dz = \pi \left(\frac{z^3}{3} - \frac{z^5}{5} \right) \Big|_{-1}^1$$

$$= \pi \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) - \pi \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right) = \frac{4}{15} \pi$$

8:56 AM Wed May 25

< Close 2021-2022学年 春夏学期 微积分甲II 第二次小测

3/10

若函数 $f(x, y)$ 在点 $P(0,1)$ 处连续, 且满足

$$f(x, y) = 5 + x - y + x^2 + 2x(y-1) + (y-1)^2 + o(x^2 + (y-1)^2)$$

则: 下列结论中正确的是

A $f(0,1) = 4$ ✓

B $df|_{(0,1)} = dx - dy$ ✓

C $f(x, y)$ 在点 $(0,1)$ 处有极值 ✗

D $f(x, y)$ 在点 $(0,1)$ 处的切平面为 $z = x - y + 5$ ✗

$$f(0,1) = 5 - 1 + 0 = 4$$

$$df = dx - dy + 2x dx + 2x dy + 2(y-1) dx + 2(y-1) dy$$

$$= (2x + 2y - 1) dx + (2x + 2y - 1) dy$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 0 = \frac{\partial f}{\partial y}$$

$$x + y = \frac{1}{2}$$

$$x + y = \frac{3}{2}$$

$$[(y-1) + x]^2 + x - (y-1) + y$$

$$(a+b)^2 \neq a - b + y \text{ 极值}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial z}{\partial x} = 1 \\ \frac{\partial z}{\partial y} = 1 \\ \frac{\partial z}{\partial z} = 1 \end{cases}$$

$$1(x-0) - 1(y-1) + 1(z-4) = 0$$

$$x - y + 1 + z - 4 = 0$$

$$z =$$

$$\text{切线方向 } \vec{n} = \{1, -2t, 3t^2\}$$

$$\vec{n}_2 = \{1, 2, 1\}$$

$$A \cdot 1 - 4t + 3t^2 = 0$$

$$(3t-1)(t+1) = 0$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x,y) = (x^2 + y^2)^2 + xy + o((x^2 + y^2)^2)$$

9:11 AM Wed May 25

< Close 2021-2022学年 春夏学期 微积分甲II 第二次小测

7/10

7. Multiple-Choice (10 Points) Medium

在空间曲线 $r(t) = \{x(t), y(t), z(t)\} = \{t - t^2, t^3\}$ 的所有切线中, 与平面 $x + 2y + z = 4$ 平行的切线

A 只有两条

B 只有一条

C 不存在

D 至少有三条

3. 单选题 (10 分)

设 $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 处连续, 且

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{f(x,y) - xy}{(x^2 + y^2)^2} = 1, \text{ 则 } (0, 0) \text{ 是 } f(x, y) \text{ 的}$$

() .

$$f(0,0)=0$$

A.

A 不是极值点

X 充分小时:

B 极小值点

$$f(x,y) - f(0,0) \approx (x^2 + y^2)^2 + xy$$

$$y=x, I=4x^4 + x^2 > 0$$

C 极大值点

$$y=-x, I=4x^4 - x^2 < 0$$

D 不能判断是否极值点.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x,y) = (x^2 + y^2)^2 + xy$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2(x^2 + y^2) \cdot 2x + y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 4x^2 + 2y^2$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 2x^2 + 4y^2$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 1 + 8xy$$

$$AC - B^2 < 0. \text{ 不是}$$

9:47 AM Wed May 20

< Close 2021-2022 学年 春夏学期 微积分甲 II 第二次小测

8/10

Sheet

8. Multiple-Choice (10 Points) Medium

已知 $D: \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 2, |x| + |y| \geq 1\}$,

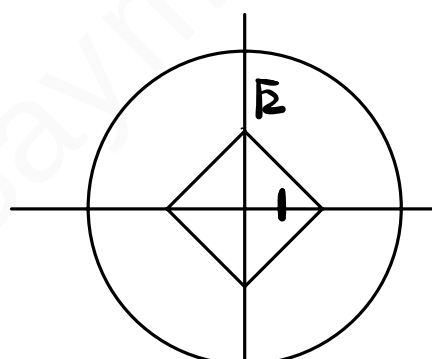
则: $\iint_D (x+y)^2 dx dy =$

交叉项 = 0

A

$$2\pi - \frac{2}{3}$$

next



$$y = -x + 1$$

$$r \sin \theta = 1 - r \cos \theta$$

$$r =$$

$$\begin{aligned} & \iint_D (x^2 + y^2) dx dy \\ &= \int_0^{2\pi} d\theta \int_{\frac{1}{\sin \theta + \cos \theta}}^{\sqrt{2}} r^2 \cdot r dr \\ &= \int_0^{2\pi} \left(1 - \frac{1}{4(\sin \theta + \cos \theta)^4} \right) d\theta \\ &= 2\pi - \frac{1}{4} \int_0^{2\pi} \frac{1}{(\sin \theta + \cos \theta)^4} d\theta \end{aligned}$$

9.多选题(10 分)

设函数 $z = f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 处可微, 则有 ().

A $f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 处一阶偏导数存在. ✓

B $f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 处连续. ✓

C $f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 处沿任意方向的方向导数存在. ✓

D 若 $\frac{\partial z}{\partial x}(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 的某个邻域内有定义, 则 $\frac{\partial z}{\partial x}(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 处连续. ✗

极值点的必要条件.

(x_0, y_0) 可微且取极值

$$\Rightarrow f'_x(x_0, y_0) = f'_y(x_0, y_0) = 0$$

9:27 AM Wed May 25

< Close 2021-2022 学年 春夏学期 微积分甲 II 第二次小测

8/10

8. Multiple-Choice (10 Points) Medium

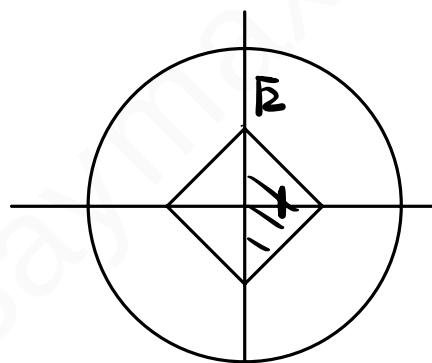
已知 $D: \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 2, |x| + |y| \geq 1\}$,

则: $\iint_D (x + y)^2 dx dy =$

A

$$2\pi - \frac{2}{3}$$

next



增补法

$$\iint_{D_1} (x^2 + y^2) dx dy$$

$$= \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\sqrt{2}} r^2 \cdot r dr = \int_0^{2\pi} 1 d\theta = 2\pi$$

$$\iint_{D_2} (x^2 + y^2) dx dy = 2 \iint_{D_2} x^2 dx dy \quad \star \star \star$$

$$= 4 \int_0^1 \int_0^{2-x} x^2 dx dy = 4 \int_0^1 dx \int_{x-1}^{1-x} x^2 dy$$

$$= 4 \int_0^1 x^2 (2 - 2x) dx = \frac{2}{3}$$

$$\therefore 2\pi - \frac{2}{3}$$

10. 已知 $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$

则: $\iint_D e^{\max\{x, y\}} dx dy =$

单选题 (10 分) (难易度: 中)

- ☐ A. e
- ☐ B. 2
- ☐ C. $2e-1$
- ☐ D. $e+1$

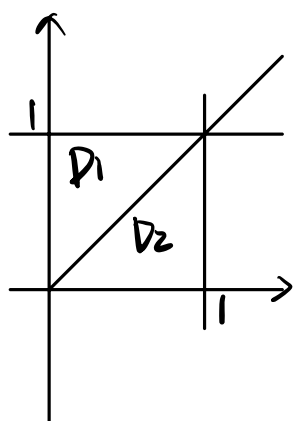
答题数据分析

答对: 150

答错: 70

未答: 14

正确率: 68.18%



$$\begin{aligned}
 & \iint_{D_1} e^y dx dy + \iint_{D_2} e^x dx dy \\
 &= \int_0^1 dy \int_0^y e^y dx + \int_0^1 dx \int_x^1 e^x dy \\
 &= \int_0^1 y e^y dy + \int_0^1 x e^x dx \\
 &= 2 \int_0^1 x e^x dx = 2 \int_0^1 x d e^x \\
 &= 2 x e^x \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 e^x dx \\
 &= 2 x e^x \Big|_0^1 - 2 e^x \Big|_0^1 \\
 &= 2e - (2e - 2) = 2
 \end{aligned}$$

23春夏第二次随堂小测

2/10

2.单选题(10分)

设 $f(x, y)$ 在 $\mathbb{R}$ 上具有连续偏导数, 且 $f(1,1)=1$, $f'_x(1,1)=1$, $f'_y(1,1)=2$. 记 $\varphi(x)=f(x, f(x, x^2))$, 则: $\varphi'(1)=$

A 5;

B 11. ✓

C 7;

D 9;

下一题

23春夏第二次随堂小测

5/10

5.单选题(10分)

设 $\Omega: x^2+y^2+z^2 \leq 2$, 则: 三重积分 $\iiint_{\Omega} (x+y+z)dV =$

A $\frac{\pi}{6}$;

B $\frac{\pi}{24}$;

C $\frac{\pi}{4}$;

D $\frac{\pi}{12}$. ✓

下一题

23春夏第二次随堂小测

6/10

6.单选题(10分)

设 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x^2+y^2} & (x^2+y^2 \neq 0) \\ 0 & (x^2+y^2 = 0) \end{cases}$, 给定方向 $l = (-1, 1)$, 则: 函数 $f(x, y)$ 在 $(0,0)$ 处沿 l 方向的方向导数 $\frac{\partial f}{\partial l}|_{(0,0)} =$

A -1;

B -1/2;

C $\frac{\sqrt{2}}{4}$. ✓

D 0;

下一题

8:58

23春夏第二次随堂小测

5/10

5.单选题(10分)

设 $\Omega: x^2+y^2+z^2 \leq 2$, 则: 三重积分 $\iiint_{\Omega} (x+y+z)dV =$

A $\frac{\pi}{6}$;

B $\frac{\pi}{24}$;

C $\frac{\pi}{4}$;

D $\frac{\pi}{12}$. ✓

下一题

23春夏第二次随堂小测

10/10

10.多选题(10分)

$2x^2 + 2y^2 + z^2 + 8xz - z + 8 = 0$ 方程所确定的隐函数 $z = f(x, y)$

A 不存在极大值

B 存在极小值. ✓

C 存在极大值. ✓

D 不存在极小值

8:53

23春夏第二次随堂小测

3/10

3.单选题(10分)

在空间曲线 $r(t) = \{x(t), y(t), z(t)\} = \{t-t^2, t^2, t^3\}$ 的所有切线中, 与平面 $12x+3y-2z=4$ 平行的切线

A 不存在

B 只有一条

C 只有两条. ✓

D 至少有三条

23春夏第二次随堂小测

3/10

3.单选题(10分)

在空间曲线 $r(t) = \{x(t), y(t), z(t)\} = \{t-t^2, t^2, t^3\}$ 的所有切线中, 与平面 $12x+3y-2z=4$ 平行的切线

A 不存在

B 只有一条

C 只有两条. ✓

D 至少有三条

下一题

8:53

23春夏第二次随堂小测

3/10

3.单选题(10分)

在空间曲线 $r(t) = \{x(t), y(t), z(t)\} = \{t-t^2, t^2, t^3\}$ 的所有切线中, 与平面 $12x+3y-2z=4$ 平行的切线

A 不存在

B 只有一条

C 只有两条. ✓

D 至少有三条

下一题

$\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}, \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

定义: $\vec{p} \cdot \vec{p} = \rho \frac{\vec{p}}{|\vec{p}|} = \left\{ \frac{\rho}{\sqrt{2}}, \frac{\rho}{\sqrt{2}} \right\}$

$\vec{p} \left(\frac{\rho}{\sqrt{2}}, \frac{\rho}{\sqrt{2}} \right)$

$\frac{\partial f}{\partial l}|_{(0,0)} = \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{f(\vec{p}) - f(0)}{\rho} = \frac{\left(\frac{\rho}{\sqrt{2}}\right)^2 \frac{\rho}{\sqrt{2}}}{\left(\frac{\rho}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{\rho}{\sqrt{2}}\right)^2} \times \frac{1}{\rho}$

$= \frac{\frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \rho^3}{\rho^2} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

$\begin{cases} 4x + 2z \frac{\partial z}{\partial x} + 8x \frac{\partial z}{\partial x} + 8z - \frac{\partial z}{\partial x} = 0 \\ 4y + 2z \frac{\partial z}{\partial y} + 8x \frac{\partial z}{\partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2z = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow (2, 0) \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0 \right)$

$\begin{cases} 4 + 2z \frac{\partial z}{\partial x^2} + 2 \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 + 8x \frac{\partial z}{\partial x^2} + 8 \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial x} = 0 \\ 2z \frac{\partial z}{\partial x \partial y} + 8x \frac{\partial z}{\partial x \partial y} + 8 \frac{\partial z}{\partial y} - \frac{\partial z}{\partial x \partial y} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{4}{1+8x-2z} \\ B = 0 \\ C = \frac{4}{1+8x-2z} \end{cases}$

$B^2 - AC < 0$ 有极值.

$A = \frac{4}{1+8x} = \frac{1}{1+2x}$

切向量 $\vec{t} = \{1, -2t, 3t^2\}$

$\vec{n} = \{12, 3, -2\}$

$12 - 6t - 6t^2 = 0$

$t^2 + t - 2 = 0$

$(t+2)(t-1) = 0$

8:50 23春夏第二次随堂小测

1/10

1.单选题(10 分)

设 $f(x, y) = \prod_{k=1}^x ((x-k)(y-k)) = (x-1) \cdots (x-2022) \cdot (y-1) \cdots (y-2022)$

则: $f'(0, 0) =$

A -2022! * 2021! ✓

B 0

C 2022!

D |2022! * 2021!

8:53 23春夏第二次随堂小测

4/10

4.单选题(10 分)

设函数 $f(x, y)$ 可微, 且

$f(x+1, e^x) = x^2(x+1), f(x, x^2) = x \ln x$.

则: $df|_{(1,1)} =$

A dy-dx ✓

B dx

C dy

D dx-dy

9:05 23春夏第二次随堂小测

9/10

9.多选题(10 分)

若函数 $f(x, y)$ 在点 $P(0,1)$ 处连续, 且满足

$f(x, y) = 5 + x - y + x^2 + 2x(y-1) + (y-1)^2 + o(x^2 + (y-1)^2)$.

则: 下列结论中正确都是

A $f(x, y)$ 在点 $(0,1)$ 处有极值 ✗

B $f(0,1) = 4$ ✓

C 可微 ✗

D $f'_x(0,1) = 1$ ✓

10. 已知 $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$

则: $\iint_D e^{\max\{x, y\}} dx dy =$

单选题 (10 分) (难度: 中)

A. e

B. 2 ✓

C. 2e-1

D. e+1

答题数据分析

答对: 150 答错: 70 未答: 14 正确率: 68.18%

22人 10% 150人 68.2% 36人 16.4% 12人 5.5%

$$H) x(-2) \cdot x \cdot (-2022) = 2022!$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x, 0) - f(1, 0)}{x-1} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(1+\Delta x, 0) - f(1, 0)}{\Delta x} = 2022! \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x (\Delta x - 1) \cdot (\Delta x - 2022)}{\Delta x}$$

$$= 2022! (-1)(-2022) \cdot (-1-2022)$$

$$= -2022! \cdot 2022!$$

$$f'_x + f'_y \cdot e^x = 3x^2 + 2x \Rightarrow f'_x + f'_y = 0$$

$$f'_x + f'_y \cdot 2x = 1 + \ln x \Rightarrow f'_x + 2f'_y = 1$$

$$\Rightarrow f'_y = 1, f'_x = -1$$

$$\begin{cases} f'_x(x+1, e^x) + e^x f'_y(x+1, e^x) = 3x^2 + 2x \\ f'_x(x, x^2) + 2x f'_y(x, x^2) = 1 + \ln x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f'_x + f'_y = 0 \\ f'_x + 2f'_y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} f'_x = -1 \\ f'_y = 1 \end{cases}$$

$$f(0,1) = 5 - 1 = 4.$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 1 + 2x + 2y - 2 = 2x + 2y - 1$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = -1 + 2x + 2(y-1) = 2x + 2y - 3$$

有偏导连续

可微吗? ✓✓

9. 曲面 $e^{2z} - xyz = e^2$ 在点 $M(0, 2, 1)$

处的切平面方程

单选题 (10 分) (难度: 中)

☐ A. $e^{-2}x - z + 1 = 0$

☐ B. $e^2x - z + 1 = 0$

☐ C. $\frac{2}{2e^2+1}x - z + 1 = 0$

☐ D. $\frac{2}{2e^2-1}x - z + 1 = 0$

答题数据分析 答对: 167 答错: 56 未答: 11 正确率: 74.89%

$$F(x, y, z) = e^{2z} - xyz - e^2 = 0$$

$$F_x = -yz = -2$$

$$F_y = -xz = 0$$

$$F_z' = 2e^{2z} - xy = 2e^2$$

$$-2(x-0) + 2e^2(y-2) = 0$$
$$x - 2e^2(y-1) = 0$$

167人 74.9%

27人 12.1%

11人 4.9%

18人 8.1%

8. 已知 $\Omega: x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$, 则三重积分

$$\iiint_{\Omega} (2x + xy + z^2) dV =$$

单选题 (10 分) (难度: 中)

☐ A. $\frac{19}{15}\pi$

☐ B. $\frac{8}{5}\pi$

☐ C. $\frac{23}{30}\pi$

☒ D. $\frac{4}{15}\pi$

答题数据分析 答对: 145 答错: 75 未答: 14 正确率: 65.91%

$$\iiint_{\Omega} z^2 dV$$

$$= \int_{-1}^1 dz \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 r^2 dr$$

$$= \int_{-1}^1 z^2 dz \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 r^2 dr$$

$$= 2\pi \left[\frac{z^3}{3} - \frac{z^5}{5} \right]_{-1}^1 = \frac{4}{15}2\pi$$

37人 16.8%

20人 9.1%

18人 8.2%

145人 65.9%

7. 已知 $D: \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 2, |x| + |y| \geq 1\}$,

$$\text{则: } \iint_D (x+y)^2 dx dy =$$

单选题 (10 分) (难度: 中)

☐ A. $2\pi - \frac{3}{4}$

☒ B. $2\pi - \frac{2}{3}$

☐ C. $\pi - \frac{2}{3}$

☐ D. $\pi + \frac{4}{3}$

答题数据分析 答对: 149 答错: 72 未答: 13 正确率: 67.42%

35人 15.8%

149人 67.4%

22人 10%

15人 6.8%

6. 若函数 $f(x, y)$ 在点 $P(0, 1)$ 处连续, 且满足

$$f(x, y) = 5 + x - y + x^2 + 2x(y-1) + (y-1)^2 + o(x^2 + (y-1)^2).$$

则: 下列结论中正确的是

多选题 (10 分) (难度: 中)

☒ A. $f(0, 1) = 4$

☐ B. $f'_x(0, 1) = 1$

☐ C. $df|_{(0, 1)} = dx - dy$

☐ D. $f(x, y)$ 在点 $(0, 1)$ 处有极值

☐ E. $f(x, y)$ 在点 $(0, 1)$ 处的切平面为 $z = x - y + 5$

答题数据分析 答对: 60 答错: 152 未答: 22 正确率: 26.83%

$$f(0, 1) = 5 - 1 = 4$$

$$f'_x = 1 + 2x + 2y - 1 = 2x + 2y$$

$$f'_y = -1 + 2x + 2(y-1) = 2x + 2y - 3$$

$$f'_y(0, 1) = -1$$

$$f(x, y) - z = f(x, y, z) - z = 0$$

$$f'_x = f'_x = 1. f'_y = f'_y = -1 f'_z = -1$$

71人 80.7%

176人 84.4%

160人 75.5%

32人 15.1%

2人 43.4%

$$1 \times (x-0) - (y-1) - (z-4) = 0$$

$$x - y - z + 5 = 0 \Rightarrow z = x - y + 5$$

1. 在空间曲线 $r(t) = \{x(t), y(t), z(t)\} = \{t - t^2, t^3\}$ 的所有切线中, 与平面 $x + 2y + z = 4$ 平行的切线 =

单选题 (10 分) (难度: 中)

- ☒ A. 只有一条
- ☐ B. 只有两条
- ☐ C. 至少有二条
- ☐ D. 不存在

$$\text{切向量 } \vec{r} = \{1, -2t, 3t^2\}$$

$$\vec{n} = \{1, 2, 1\}$$

$$\vec{r} \cdot \vec{n} = 1 - 4t + 3t^2 = 0$$

$$(3t-1)(t+1) = 0$$

17人 7.6%

168人 75.3%

4人 1.8%

34人 15.2%

答题数据分析 答对: 168 答错: 55 未答: 11 正确率: 75.34%

2. 设函数 $f(x, y)$ 可微, 且

$$f(x+1, e^x) = x^2(x+1), f(x, x^2) = x \ln x.$$

$$\text{则: } df|_{(1,1)} =$$

单选题 (10 分) (难度: 中)

- ☐ A. dx
- ☐ B. dy
- ☐ C. dx-dy
- ☒ D. dy-dx

28人 12.7%

52人 23.5%

47人 21.3%

94人 42.5%

答题数据分析 答对: 94 答错: 127 未答: 13 正确率: 42.53%

3. 已知 $\Omega: x^2 + y^2 + (z-1)^2 \leq 1$, 则: $\iiint_{\Omega} z dV =$

单选题 (10 分) (难度: 中)

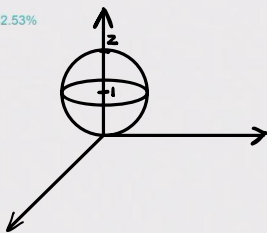
- ☐ A. $\frac{2}{3}\pi$
- ☐ B. π
- ☐ C. 2π
- ☒ D. $\frac{4}{3}\pi$

$$\int_0^2 dz \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 r dr$$

$$= \int_0^2 dz \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 r dr$$

$$= \int_0^2 dz \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 r dr$$

$$= \pi \int_0^2 (2z^2 - z^3) dz = \pi \left(\frac{2z^3}{3} - \frac{z^4}{4} \right) \Big|_0^2 = \frac{4}{3}\pi$$



16人 7.2%

9人 4.1%

11人 5%

186人 83.8%

答题数据分析 答对: 186 答错: 36 未答: 12 正确率: 83.78%

4. 函数 $u = \sqrt{x^2 + 2y^2 + 3z^2}$ 在点 $M(2, -1, 1)$ 处的梯度为

单选题 (10 分) (难度: 中)

- ☐ A. $\frac{\sqrt{17}}{3}$
- ☐ B. $\sqrt{17}$
- ☐ C. $\frac{1}{3}(2i - 2j + 3k)$
- ☐ D. $2i - 2j + 3k$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{2}(x^2 + 2y^2 + 3z^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x = \frac{x}{u}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2}(x^2 + 2y^2 + 3z^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot 4y = \frac{2y}{u}$$

29人 12.9%

4人 1.8%

178人 79.5%

13人 5.8%

答题数据分析 答对: 178 答错: 46 未答: 10 正确率: 79.46%

5. 设二元函数 $z = f(x, y)$ 在 $P_0(x_0, y_0)$

的某邻域内有定义, 有下面 4 个命题

$P_1: z = f(x, y)$ 在 $P_0(x_0, y_0)$ 处连续;

$P_2: z = f(x, y)$ 的两个偏导数

$f'_x(x, y), f'_y(x, y)$ 在 P_0 处连续;

$P_3: z = f(x, y)$ 在 P_0 处可微;

$P_4: z = f(x, y)$ 在 P_0 处的两个偏导数

$f'_x(x, y), f'_y(x, y)$ 存在.

则: 下列陈述正确的是

多选题 (10 分) (难度: 中)

- ☐ A. $P_2 \Rightarrow P_3 \Rightarrow P_1$ ✓
- ☐ B. $P_3 \Rightarrow P_2 \Rightarrow P_1$ ✗
- ☐ C. $P_2 \Rightarrow P_3 \Rightarrow P_4$ ✓
- ☐ D. $P_3 \Rightarrow P_1 \Rightarrow P_2$ ✗

174人 80.9%

49人 22.8%

156人 72.6%

45人 20.9%

$$P_2 \rightarrow P_3 \rightarrow P_1$$

$$\downarrow P_4$$