参考答案

一、填空题：（每题 4 分，共 64 分）

1、 $a=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-kv^2t$ ， $\dfrac{\mathrm{d}v}{v^2}=-kt\mathrm{d}t$ ， $\int_{v_0}^{v}\dfrac{\mathrm{d}v}{v^2}=\int_0^t(-kt)\mathrm{d}t$ ， $\dfrac{1}{v}=\dfrac{kt^2}{2}+\dfrac{1}{v_0}$

2、$kx-Mg=Ma$，$kx_0=Mg$， $\dfrac{1}{2}Mv^2+Mg(x-x_0)+\dfrac{1}{2}kx_0^2=\dfrac{1}{2}kx^2$， $v=a\sqrt{\dfrac{M}{k}}$

3、 $L_B=L_A$， $mv_AR_A=mv_BR_B$， $R_A>R_B$， $v_A<v_B$， $E_{KA}<E_{KB}$.

4、 $J=\int_0^l x^2\rho\mathrm{d}x=\int_0^l kx^3\mathrm{d}x=\dfrac{1}{4}kl^4$

5、$l_{0x}=l_0\cos30°$，$l_{0y}=l_0\sin30°$，$l_x=l\cos45°$，$l_y=l\sin45°$，$l_{0y}=l_y$， $l_x=l_{0x}\sqrt{1-u^2/c^2}$ ，$u=(2/3)^{1/2}c$

6、 $v=\dfrac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}=b-ct$ ， $a_t=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-c$ ， $a_n=\dfrac{v^2}{R}=\dfrac{(b-ct)^2}{R}$

7、$F=\mu_0mg=t+0.96$，$t=1\ \mathrm{s}$， $v-v_1=\int_1^2 a\mathrm{d}t=\int_1^2\dfrac{F-\mu mg}{m}\mathrm{d}t=0.892\,\mathrm{m/s}$

8、 $\vec{v}=\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}=-\omega a\sin\omega t\vec{i}+\omega b\cos\omega t\vec{j}$,

$\vec{L}=\vec{r}\times m\vec{v}=m\omega ab\cos^2\omega t\vec{k}+m\omega ab\sin^2\omega t\vec{k}=m\omega ab\vec{k}$ ， $L=m\omega ab$

$\vec{F}=m\vec{a}=m\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=-m\omega^2a\cos\omega t\vec{i}-\omega^2b\sin\omega t\vec{j}=-m\omega^2\vec{r}$， $\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}=0$，$M=0$

9、 $\mathrm{d}F=\mu\mathrm{d}N=\mu\mathrm{d}mg=\mu\rho\mathrm{d}Vg=\mu\dfrac{m}{\pi R^2h}2\pi r\mathrm{d}rhg=\dfrac{2\mu mg}{R^2}r\mathrm{d}r$,

$\mathrm{d}M=r\mathrm{d}F=\dfrac{2\mu mg}{R^2}r^2\mathrm{d}r$， $M=\int_0^R\dfrac{2\mu mg}{R^2}r^2\mathrm{d}r=\dfrac{2}{3}\mu mgR$

10、顺时针

11、 $v'=\dfrac{0.5c-(-0.5c)}{1-0.5c\cdot(-0.5c)/c^2}=\dfrac{4}{5}c$

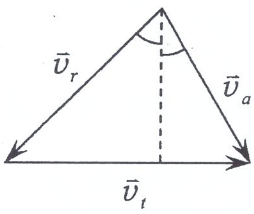
12、 $\Delta t=\dfrac{\Delta t_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}=\dfrac{\Delta t/n}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$， $\sqrt{1-v^2/c^2}=\dfrac{1}{n}$，

$$E_k=mc^2-m_0c^2=\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}-m_0c^2=m_0c^2(n-1)$$

13、$[\overline{F}-(m+M)]\Delta t=mv_2-0$， $\overline{F}=\dfrac{mv_2}{\Delta t}+(m+M)g$ ，$mv_1=Mv$，$v=mv_1/M$，$\Delta v=mv_1/M$

14、 $v_a\sin30°+v_r\sin45°=v_t$ ， $v_a\cos30°=v_r\cos45°$

$$v_a=\frac{v_t}{\sin30°+\sin45°\dfrac{\cos30°}{\cos45°}}=25.6\,\mathrm{m/s}$$



15、$v_1S_1=v_2S_2$， $\dfrac{1}{2}\rho v_1^2+\rho gh_1=\dfrac{1}{2}\rho v_2^2+\rho gh_2$，$p_2-p_1=\rho gh$，

$v_2S_2=S_1S_2\sqrt{\dfrac{2gh}{S_2^2-S_1^2}}$ ， $v_2=S_1\sqrt{\dfrac{2gh}{S_2^2-S_1^2}}$

16、 $F(x)=-\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}E_\mathrm{p}(x)=2ax-b$

二、计算题：（共 4 题，共 36 分）

1、解：由 $x=ct^3$ 可求物体的速度：　$v=\frac{dx}{dt}=3ct^2$

物体受到的阻力大小为：　$f=kv^2=9kc^2t^4=9kc^{2/3}x^{4/3}$

力对物体所作的功为：　$W=\int dW=\int_0^l -9kc^{2/3}x^{4/3}dx=\frac{-27kc^{2/3}l^{7/3}}{7}$

2、解：（1）由角动量守恒得　$mv_0\frac{2l}{3}=-m\frac{v_0}{3}\frac{2l}{3}+J\omega$　（逆时针为转动正方向）

又 $J=m(\frac{2l}{3})^2+2m(\frac{l}{3})^2+J_{杆}=ml^2$，　$J_{杆}=\frac{1}{3}ml^2$ 得：　$\omega=\frac{8v_0}{9l}$

（2）将杆与两小球视为一刚体，质心坐标 $y_C=\frac{3m\cdot l/6+2m\cdot l/3-2m\cdot l/3}{6m}=\frac{1}{12}l$　　y

根据质心运动定律：$F_y+6mg=-6ma_{Cn}=-6m\omega^2y_C$

$$F_y=-6mg-\frac{32mv_0^2}{81l}$$

$$F_x=0$$

（3）根据机械能守恒：　$\frac{1}{2}J\omega^2=6mgy_C(1-\cos\theta)$

$$\cos\theta=1-\frac{l}{g}\omega^2=1-\frac{64v_0^2}{81gl}\qquad \theta=\arg\cos\frac{81gl-64v_0^2}{81gl}$$

3、　　动量守恒　$mv=MV$

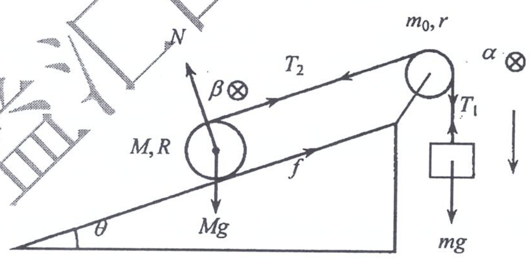
由能量守恒　$mc^2+m_0c^2=Mc^2$

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}\qquad M=\frac{M_0}{\sqrt{1-(V^2/c^2)}}$$

联立求解得：$V=\frac{1}{3}c$，　$M=\frac{9}{4}m_0$，　$M_0=\frac{3}{2}\sqrt{2}m_0$

4、解：受力分析如图

$$\begin{cases} mg-T_1=ma \\ rT_1-rT_2=\frac{1}{2}m_0r^2\alpha \\ T_2+f-Mg\sin\theta=Ma_C \\ RT_2-fR=\frac{1}{2}MR^2\beta \\ a=a_C+\beta R \\ a_C=\beta R \\ a=\alpha r \end{cases}$$



解上述联立方程，得：　$\beta=\frac{4m-2M\sin\theta}{(8m+4m_0+3M)R}g$　$\alpha=\frac{8m-4M\sin\theta}{(8m+4m_0+3M)r}g$

$$a=\frac{8m-4M\sin\theta}{(8m+4m_0+3M)}g\qquad a_C=\frac{4m-2M\sin\theta}{(8m+4m_0+3M)}g$$

或：$T_2-f-Mg\sin\theta=Ma_C$，　$RT_2+fR=\frac{1}{2}MR^2\beta$

或：$2RT_2-Mg\sin\theta R=\frac{3}{2}MR^2\beta$