2020-2021 学年夏 春季 学期《大学物理甲 1》期中考试试卷参考答案 A

一、填空题：（每题 4 分，2 个空格的题每个空格给 2 分，共 64 分）

1. $a=\dfrac{dv}{dt}=\dfrac{dv}{dx}\cdot\dfrac{dx}{dt}=v\dfrac{dv}{dx}=2+6x^2$， $\int_{v_0}^{v}v\mathrm{d}v=\int_{x_0}^{x}(2+6x^2)\mathrm{d}x$， $v=2\sqrt{x+x^3}$

2. $v_x=\dfrac{dx}{dt}=-12\sin(4t)$， $v_y=\dfrac{dy}{dt}=12\cos(4t)$， $v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=12\ \mathrm{m/s}$，

   $a_t=\dfrac{dv}{dt}=0\ \mathrm{m/s^2}$， $a_n=\dfrac{v^2}{\rho}=\dfrac{12^2}{3}=48\ \mathrm{m/s^2}$

3. $x=2t$， $y=2-t^2$， $y=2-\dfrac{x^2}{4}$； $\Delta\vec{r}=2(t_2-t_1)\vec{i}+(t_1^2-t_2^2)\vec{j}=2\vec{i}-3\vec{j}\,(\mathrm{m})$

4. $(-\bar{\vec{F}})\cdot\Delta t=-mv\cos\alpha-mv\cos\alpha=-2mv\cos\alpha$， $\bar{\vec{F}}=\dfrac{2mv\cos\alpha}{\Delta t}$； 垂直墙面指向墙内

5. $\vec{a}=\dfrac{\vec{F}}{m}=(3t^2-4t)\vec{i}+(12t-6)\vec{j}$， $\vec{F}_2=4\vec{i}+18\vec{j}$， $\vec{v}=(t^3-2t^2)\vec{i}+(6t^2-6t)\vec{j}$，

   $\vec{r}=(\dfrac{t^4}{4}-\dfrac{2}{3}t^3)\vec{i}+(2t^3-3t^2)\vec{j}$， $\vec{r}_2=-\dfrac{4}{3}\vec{i}+4\vec{j}$， $\vec{M}_o=\vec{r}_2\times\vec{F}_2=-40\vec{k}$，

   $\vec{L}_o=\vec{r}_2\times\vec{v}_2=-16\vec{k}$；

6. $m\omega_1r_1^2=m\omega_2r_2^2$， $\Delta E_k=\dfrac{1}{2}mv_2^2-\dfrac{1}{2}mv_1^2=\dfrac{1}{2}m\omega_2^2r_2^2-\dfrac{1}{2}m\omega_1^2r_1^2=\dfrac{1}{2}mr_1^2\omega_1^2(\dfrac{r_1^2}{r_2^2}-1)$

7. $y_c=\dfrac{4m\cdot l+3m\cdot l+2m\cdot 0+m\cdot 0}{4m+3m+2m+m}=\dfrac{4ml+3ml}{10m}=\dfrac{7}{10}l$

8. $F=(-v'_{空})\dfrac{dm_{空}}{dt}+(-v'_{混})\dfrac{dm_{混}}{dt}=(-200)\times 50+(-400)\times(-52)=1.08\times 10^4\ (\mathrm{N})$

9. $F=-\dfrac{dE_p}{dr}=\dfrac{k}{r^2}$ ； 方向沿径向向外。

10. $m'=\dfrac{4m}{\pi R^2}\pi(\dfrac{R}{2})^2=m$， $J=\dfrac{1}{2}4mR^2-[\dfrac{1}{2}m'(\dfrac{R}{2})^2+m'(\dfrac{R}{2})^2]=\dfrac{13}{8}mR^2$

11. $\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{3}ml^2\omega^2=mg\dfrac{l}{2}\sin 30^\circ$， $\omega=\sqrt{\dfrac{3g}{2l}}$； $mg\dfrac{l}{2}=\dfrac{1}{3}ml^2\beta$， $\beta=\dfrac{3g}{2l}$

12. $-k\omega=J\dfrac{d\omega}{dt}$， $dt=-\dfrac{J}{k}\dfrac{d\omega}{\omega}$， $\Delta t=\int_{\omega_0}^{\omega_0/4}(-\dfrac{J}{k})\dfrac{d\omega}{\omega}=\dfrac{J}{k}\ln 4$， $\Delta t=\dfrac{2J}{k}\ln 2$

13. $\Omega=\dfrac{M}{L\sin\theta}=\dfrac{mgr\sin\theta}{J\omega\sin\theta}=\dfrac{2\times 9.8\times 0.1}{0.02\times 100}=0.98\ \mathrm{rad/s}$； 俯视顺时针

14. $\Delta t_0=\Delta t\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}=\dfrac{L_0}{v}\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}=\dfrac{90}{0.8c}\cdot 0.6=2.25\times 10^{-7}\ \mathrm{s}$； $\Delta t=\dfrac{L_0}{v}=3.75\times 10^{-7}\ \mathrm{s}$

15. $v=\dfrac{-v_0-(-v_0)}{1-\dfrac{v_0(-v_0)}{c^2}}=\dfrac{-2v_0}{1+\dfrac{v_0^2}{c^2}}=\dfrac{-2v_0c^2}{c^2+v_0^2}$ ； $L=L_0\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}=\dfrac{(c^2-v_0^2)}{(c^2+v_0^2)}L_0$

16. $p_1+\rho gh_1+\dfrac{1}{2}\rho v_1^2=p_2+\rho gh_2+\dfrac{1}{2}\rho v_2^2$， $v_2=\sqrt{\dfrac{2(p_1-p_2)}{\rho}}=\sqrt{\dfrac{2\rho' g\Delta h}{\rho}}=200\ \mathrm{m/s}$

二、计算题：（4 题，共 36 分）

1．解：根据牛二定律

水平方向 $-\mu N - C_x v^2 = ma = m\dfrac{dv}{dt} = mv\dfrac{dv}{dx}$

垂直方向 $N + C_y v^2 = mg$

$mg = C_y v_0^2$

联立解：$x = \dfrac{C_y v_0^2}{2g(\mu C_y - C_x)}\ln\dfrac{\mu C_y}{C_x} = \dfrac{5v_0^2}{2g(5\mu - 1)}\ln(5\mu) = 221\,(\mathrm{m})$

2．解：设圆柱体的角加速度为顺时针β ，质心加速度向上为 a_c；物体的加速度向下为 a ；小圆柱上绕轻绳的张力为T_1，大圆柱上绕轻绳的张力为T_2

对圆柱体有：$T_1 - T_2 - Mg = Ma_c$ （1）

$T_2 r_2 - T_1 r_1 = J\beta$ （2）

对物体有：$mg - T_2 = ma$ （3）

加速度之间的关系为：$a_c = r_1\beta$ （4）

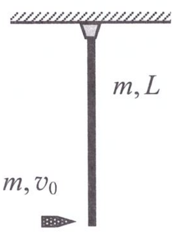
$a = r_2\beta - a_c$ （5）

解方程（1）—（5），得：

$\beta = 6.09\ (\mathrm{rad/s^2})$　　$a_c = 0.244\ (\mathrm{m/s^2})$　　$a = 0.365\ (\mathrm{m/s^2})$

$T_1 = 137\ (\mathrm{N})$　　$T_2 = 56.6\ (\mathrm{N})$

3．解：



（1）$x_c = \dfrac{mL/2 + mL}{2m} = \dfrac{3}{4}L$

（2）$J = mL^2 + \dfrac{1}{3}mL^2 = \dfrac{4}{3}mL^2$

$mv_0 L = \dfrac{4}{3}mL^2\omega$，$\omega = \dfrac{3v_0}{4L}$

$E_k = \dfrac{1}{2}J\omega^2 = \dfrac{1}{2}\times\dfrac{4}{3}mL^2\times(\dfrac{3v_0}{4L})^2 = \dfrac{3}{8}mv_0^2$

（3）$N - 2mg = 2ma_{cn} = 2m\omega^2 x_c$ ，$N = 2mg + \dfrac{27mv_0^2}{32L}$，方向：向上

4．解：

（1）$A = E - E_0 = m_0c^2(\dfrac{1}{\sqrt{1-0.6^2}} - 1) = \dfrac{1}{4}m_0c^2$

（2）$\Delta p = m_0(\dfrac{0.8c}{\sqrt{1-0.8^2}} - \dfrac{0.6c}{\sqrt{1-0.6^2}}) = m_0c(\dfrac{4}{3} - \dfrac{3}{4}) = \dfrac{7}{12}m_0c$